Pembahasan Review 1 PPLS IPA

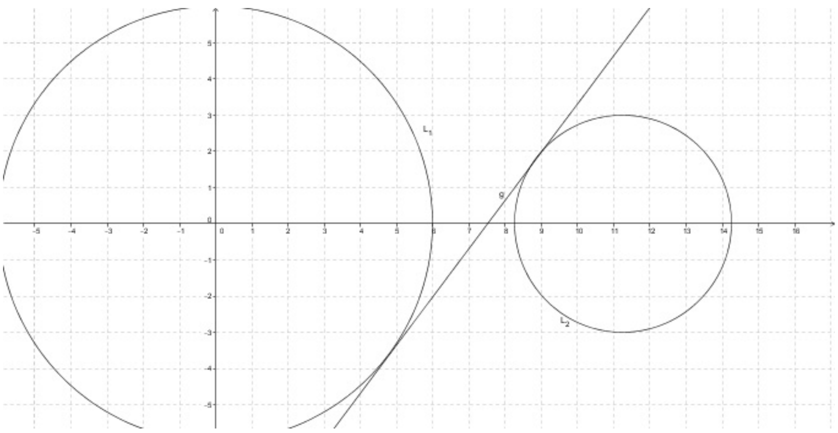
1. Dengan pembagian biasa diperoleh sisa pembagian $x^3 - 6x^2 + bx - 22$ oleh $x^2 - 2x + 3$ adalah $(b - 11)x - 10$. Di soal dituliskan sisanya $ax - 10$. Diperoleh $a = b - 11$, sehingga $a - b = -11$.

2. Diketahui $(x - 4)$ faktor $p(x)$ berarti $p(4) = 0$. Diketahui sisa pembagian $p(x)$ oleh $(x - 4)(x + 2)$ adalah $(x - a)$, dengan teorema sisa diperoleh

$$p(4) = 4 - a \quad \text{dan} \quad p(-2) = -2 - a.$$

Diperoleh $4-a = p(4) = 0$ sehingga $a = 4$. Didapat $p(-2) = -2-4 = -6$. Di soal ditanyakan sisa pembagian $p(x)$ oleh $(x+2)$. Dengan teorema sisa, sisa pembagian $p(x)$ oleh $(x+2)$ adalah $p(-2) = -6$, sehingga $b = -6$. Nilai $a+b = -6+4 = -2$.

3.



Gambar 3.5 Garis singgung dalam

Semisal titik pusat L_2 adalah $(x_1, 0)$. Jarak titik $(x_1, 0)$ ke garis $3y - 4x + 30 = 0$ adalah jari-jari L_2 yaitu 3. Diperoleh

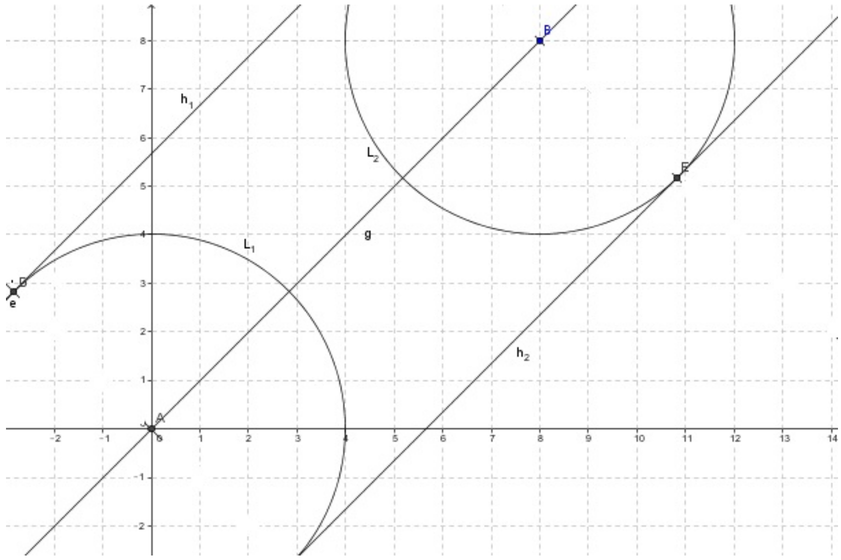
$$3 = \frac{|-4x_1 + 30|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}.$$

Nilai $x_1 = \frac{15}{4}$ atau $x_1 = \frac{45}{4}$. Nilai $x_1 = \frac{15}{4}$ tidak mungkin, karena pusat L_2 berada di dalam L_1 (tidak ada garis singgung dalamnya). Pernyataan yang benar $x_1 = \frac{45}{4}$.

Persamaan L_2 adalah

$$(x - \frac{45}{4})^2 + y^2 = 9.$$

4.



Gambar 3.6 GSL

Garis h_1 atau pun h_2 sejajar dengan garis g karena jari-jari L_1 dan L_2 sama. Persamaan garis $g : y - x = 0$. Persamaan garis h_1 atau pun h_2 secara umum dapat dinyatakan dengan $y - x + c = 0$. Jarak titik $(0, 0)$ dan garis g adalah jari-jari L_1. Diperoleh

$$4 = \frac{0 - 0 + c}{\sqrt{2}}.$$

Ada dua kemungkinan nilai c yaitu $c = 4\sqrt{2}$ atau $c = -4\sqrt{2}$. Garis

$$h_1 : y - x - 4\sqrt{2} = 0.$$

Garis h_1 memotong sumbu y di titik $(0, 4\sqrt{2})$. Diperoleh $b = 4\sqrt{2}$.

5. Namakan $w = \cos^2 x \rightarrow f(x) = \sin w$. Namakan $k = \cos x \rightarrow w = k^2$.

Diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{df}{dx} &= \frac{df}{dw}\frac{dw}{k}\frac{dk}{dx}\\ &= (\cos w)(2k)(-\sin x)\\ &= -\sin(2x)\cos(\cos^2(x))\ (\textbf{ingat } \sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)\ )\end{aligned}$$

6. Untuk $x < -1, f'(x) < 0 \Rightarrow$ untuk $x < -1, f$ turun monoton.

Untuk $-1 < x < 3, f'(x) > 0 \Rightarrow$ untuk $-1 < x < 3, f$ naik monoton.

Untuk $x > 3, f'(x) < 0 \Rightarrow$ untuk $x > 3, f$ turun monoton. Dengan uji turunan pertama, diperoleh f mencapai minimum di $x = -1$.

7.

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{x+1}-1)}{1-\cos x} &= \lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{x+1}-1)}{1-(1-2\sin^2(\frac{1}{2}x))}\\ &= \lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{x+1}-1)}{2\sin^2(\frac{1}{2}x)}\\ &= \lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{x+1}-1)}{2\sin^2(\frac{1}{2}x)}\frac{(\sqrt{x+1}+1)}{\sqrt{x+1}+1)}\\ &= \lim_{x\to 0}\frac{x^2}{2(\sin^2(\frac{1}{2}x))\sqrt{x+1}+1}\\ &= \frac{1}{2}.2.2.\frac{1}{2}\\ &= 1\end{aligned}$$

8. Untuk mengerjakan limit hal pertama yang dilakukan adalah subtitusi. Setelah disubtitusi, diperoleh $\frac{2-b}{0}$. Ada dua kemungkinan.

1. Kemungkinan pertama, $2 - b \neq 0$. Jika hal ini terjadi, hasil limit bukan a. Kemungkinan pertama tidak mungkin terjadi.

2. Kemungkinan kedua, $2-b = 0$. Karena kemungkinan pertama tidak mungkin terjadi, maka kemungkinan kedua yang terjadi.

$$2 - b = 0 \Rightarrow b = 2.$$

Setelah disubtitusi, hasilnya $\frac{0}{0}$, akan digunakan metode L'Hopital untuk menyelesaikannya.

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-b}{2-x} &= \lim_{x\to 2}\frac{2x-1}{-1}\\ &= -3\end{aligned}$$

Diperoleh $a=-3$. Nilai $b-a=2-(-3)=5$.

9. **Konsep: domain fungsi** $g\circ f$ **ditulis** $D_{g\circ f}=\{x\in D_f|f(x)\in D_g\}$.
Jawab: $D_f=\{x\in\mathbb{R}|x\geq -1\}$ dan $D_g=\{x\in\mathbb{R}|x\neq 1\,\text{dan}\,x\neq -1\}$. Dicari $x\in D_f$ sehingga $f(x)\in D_g$. Jika $x\in D_f$, agar $\sqrt{x+1}\neq 1$ dan $\sqrt{x+1}\neq -1$, maka $x\neq 0$. Diperoleh

$$D_{g\circ f}=\{x\in\mathbb{R}|x\geq -1\,\text{dan}\,x\neq 0\}=\{x\in\mathbb{R}|-1\leq x<0\,\text{atau}\,x>0\}.$$

10. $f\left(\frac{1}{x+1}\right)=\frac{2x-1}{x+1}\Rightarrow\left(\frac{1}{x+1}\right)=f^{-1}\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)$. Untuk $x=0$, diperoleh

$$1=f^{-1}(-1).$$

Nilai $a=-1$.